الترتيب و العمليات

I. خصائص الترتيب :

خاصية 1 :
إذا أضفنا أو طرحنا عددا من طرفي متفاوتة فإنها لا تتغير .

مثال 1:

لدينا : $x \leq 6$
إذن : $x+9 \leq 6+9$
ومنه : $x+9 \leq 15$

أضفنا 9 إلى طرفي المتفاوتة

مثال 2:

لدينا : $x+\sqrt{5} > 3\sqrt{5}$
إذن : $x+\sqrt{5}-\sqrt{5} > 3\sqrt{5}-\sqrt{5}$
ومنه : $x > 2\sqrt{5}$

طرحنا $\sqrt{5}$ من طرفي المتفاوتة

نتيجة : a و b و x و y أعداد حقيقية :
إذا كان : $a \leq b$
و : $x \leq y$
فإن : $a+x \leq b+y$

مثال :

لدينا : $x \leq 8$
و : $y \leq -12$
إذن : $x+y \leq 8+(-12)$
ومنه : $x+y \leq -4$

جمعنا المتفاوتتين طرفا ب طرف

خاصية 2 :
- إذا ضربنا طرفي متفاوتة في عدد موجب قطعا ، فإن المتفاوتة لا تتغير .
- إذا ضربنا طرفي متفاوتة في عدد سالب قطعا ، فإن المتفاوتة تتغير .

مثال 1:

لدينا : $x \leq -2$
إذن : $x \times 5 \leq -2 \times 5$
ومنه : $5x \leq -10$

ضربنا طرفي المتفاوتة في العدد الموجب 5

مثال 2:

لدينا : $-\frac{x}{7} > 3$
إذن : $\frac{-x}{7} \times (-7) < 3 \times (-7)$
ومنه : $x < -21$

ضربنا طرفي المتفاوتة في العدد السالب -7

نتيجة : a و b و x و y أعداد حقيقية موجبة :
إذا كان : $a \leq b$
و : $x \leq y$
فإن : $ax \leq by$

مثال :

لدينا : $5x>4$

و : $x>2$

إذن : $5x\times x>7\times 2$ ضربنا المتفاوتتين طرفا ب طرف

ومنه : $5x^2>8$

خاصية 3 : a و b عددين غير منعدمين :

إذا كان : $a\le b$ فإن : $\frac{1}{a}\ge\frac{1}{b}$

مثال :

لدينا : $\frac{2}{x}\ge 5$

إذن : $\frac{x}{2}\le\frac{1}{5}$ مقلوب الطرفين

خاصية 4 : a و b عددين موجبين :

- إذا كان : $a\le b$ فإن : $a^2\le b^2$
- إذا كان : $a\le b$ فإن : $\sqrt{a}\le\sqrt{b}$

مثال 1:

لدينا : $x^2>49$

إذن : $\sqrt{x^2}>\sqrt{49}$ جذر مربع الطرفين

ومنه : $x>7$

مثال 2:

لدينا : $3x\le 5$

إذن : $(3x)^2\le 5^2$ مربع الطرفين

ومنه : $9x^2>25$

تمرين 1: ليكن x عددا حقيقيا بحيث : $x\le 2$

بين المتفاوتات التالية : $5x\le 10$; $-3x\ge 6$; $x+7\le 9$; $x-2\le 0$

$x^2\le 4$; $\frac{6}{x}\ge 3$; $5x^3\le 40$; $x^2-2x\le 0$

II. مقارنة عددين :

قاعدة : a و b عددين حقيقيين :

- إذا كان : $a-b\le 0$ فإن : $a\le b$
- إذا كان : $a-b\ge 0$ فإن : $a\ge b$

مثال : لنقارن : $A=\frac{6}{3}+3^{215}$ و $B=\frac{5}{2}+3^{215}$

لدينا : $A-B=\frac{6}{3}+3^{215}-\frac{5}{2}+3^{215}=\frac{6}{3}-\frac{5}{2}=\frac{-3}{6}\le 0$

إذن : $A\le B$

ومنه : $\frac{6}{3}+3^{215}\le\frac{5}{2}+3^{215}$

تمـــرين 2:

إذا علمت أن : $3 \le x \le 7$ و $-7 \le y \le -2$ ، فاعط تأطيرا ل :

$5x$; $3y$; $-2x$; $-y$; x^2 ; $\frac{1}{y}$; $\frac{1}{x}$; $x+y$

$x-y$; $3y-2x$; xy ; $\frac{x}{y}$; $\frac{y}{x}$; y^2

حل تمـــرين 2:

* لنؤطر $5x$:

لدينا : $3 \le x \le 7$

إدن : $3\times5 \le x\times5 \le 7\times5$

ومنه : $15 \le 5x \le 35$

* لنؤطر $\frac{1}{y}$:

لدينا : $-7 \le y \le -2$

إذن : $-\frac{1}{7} \ge \frac{1}{y} \ge -\frac{1}{2}$

ومنه : $-\frac{1}{2} \le \frac{1}{y} \le -\frac{1}{7}$

* لنؤطر $-y$:

لدينا : $-7 \le y \le -2$

إذن : $-7\times(-1) \ge x\times(-1) \ge -2\times(-1)$

ومنه : $7 \ge -y \ge 2$

يعني : $2 \le -y \le 7$

* لنؤطر xy

لدينا : $-7 \le y \le -2$

إذن : $2 \le -y \le 7$

ولدينا : $3 \le x \le 7$

إذن : $2\times3 \le x\times(-y) \le 7\times7$

ومنه : $6 \le -xy \le 49$

يعني : $-49 \le xy \le -6$

تمـــرين 3:

قـارن الأعداد التـالية :

8 و $3\sqrt{7}$	$2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{5}$	3 و $2\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$ و $4\sqrt{3}$
-3 و $-2\sqrt{2}$	$-10\sqrt{2}$ و $-5\sqrt{35}$	$\frac{1}{10\sqrt{2}}$ و $\frac{1}{2\sqrt{35}}$	$2\sqrt{3}+\sqrt{7}$ و $\sqrt{12}+\sqrt{5}$

حل تمـــرين 3:

* لنقارن 8 و $3\sqrt{7}$

لدينا : $\left(3\sqrt{7}\right)^2 = 9\times7 = 63$

و : $8^2 = 64$

إذن : $3\sqrt{7} \le 8$

* لنقارن -3 و $-2\sqrt{2}$

لدينا : $3^2 = 9$

و : $\left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8$

إذن : $3 \ge 2\sqrt{2}$ ومنه : $-3 \le -2\sqrt{2}$

تمرين 42 ص 55 (المفيد)
تمرين 47 ص 55 (المفيد)
تمرين 71 ص 57 (المفيد)